



INSTITUTO DE FÍSICA
Universidade Federal Fluminense

Curso de Termodinâmica-GFI 00210

2º semestre de 2016

Prof. Jürgen Stilck

28/11/2016

Resolução da 2ª Prova

Questão 1

a) Vamos considerar o sistema composto formado por λ cópias do sistema. O volume do sistema composto será λV e sua energia será λU . Sua entropia será:

$$S' = b\lambda^{3/4}U^{3/4}\lambda^aV^a = \lambda^{3/4+a}S.$$

Como $S' = \lambda S$, devemos ter $a = 1/4$, de maneira que $S = bU^{3/4}V^{1/4}$.

b)

Temos:

$$\frac{1}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial U}\right)_V = \frac{3b}{4}\left(\frac{V}{U}\right)^{1/4}$$

e

$$\frac{p}{T} = \left(\frac{\partial S}{\partial V}\right)_U = \frac{b}{4}\left(\frac{U}{V}\right)^{3/4}.$$

c)

Da segunda equação de estado, temos que:

$$p = T \frac{b}{4} \left(\frac{U}{V} \right)^{3/4}.$$

Já da primeira equação de estado vem:

$$\left(\frac{U}{V} \right)^{1/4} = \frac{3b}{4} T,$$

substituindo esse resultado na expressão anterior, vem:

$$p = \frac{27}{256} b^3 T^4.$$

Questão 2

a) A partir da primeira equação de estado, vemos que

$$[T] = [A][s],$$

logo: $[A] = [T]/[s] = K^2/J$.

b) Como $dh = Tds + vdp$, vem:

$$\frac{\partial h}{\partial s} = T = 2As \ln(p/p_0),$$

$$\frac{\partial h}{\partial s} = v = \frac{As^2}{p}.$$

Isso leva à entalpia:

$$h = As^2 \ln(p/p_0) + c,$$

onde c é uma constante arbitrária. A entalpia de N moles será:

$$H(S, p, N) = Nh(s, p) = A \frac{S^2}{N} \ln(p/p_0) + Nc.$$

c) Podemos escrever a primeira equação de estado como:

$$s = \frac{T}{2A \ln(p/p_0)}.$$

O que permite determinar a capacidade térmica molar

$$c_p = T \left(\frac{\partial s}{\partial T} \right)_p = \frac{T}{2A \ln(p/p_0)}.$$

d) Da primeira lei, temos que o calor recebido é $Q = \Delta U + W$. Para um processo isobárico, $W = p\Delta V$, logo, nesse caso, $Q = \Delta(U + pV) = \Delta H$. Assim, o calor recebido será a variação da entalpia:

$$Q = H_f - H_i = A \frac{S_f^2 - S_i^2}{N}.$$

Questão 3

a) O princípio de Joule (conservação da energia) assegura que em qualquer processo termodinâmico devemos ter $\Delta U = Q - W$. Se o processo for isotérmico:

$$Q = \int T dS = T\Delta S,$$

e o trabalho realizado pelo sistema no processo isotérmico será

$$-W_T = \Delta U - Q = \Delta U - T\Delta S.$$

Por outro lado, a energia livre de Helmholtz é definida pela transformada de Legendre $F = U - TS$, de maneira que a variação de F num processo isotérmico será $\Delta F = \Delta U - T\Delta S$, o que leva a $-W_T = \Delta F$.

b) Vamos aplicar o resultado acima ao processo isotérmico descrito. A energia livre de Helmholtz inicial é:

$$F_i = -T_R \left[c_1 \ln \left(\frac{T_R}{T_0} \right) + R \ln \left(\frac{V_{1,i}}{v_0} \right) + c_2 \ln \left(\frac{T_R}{T_0} \right) + R \ln \left(\frac{V_{2,i}}{v_0} \right) \right].$$

Na situação final, teremos:

$$F_f = -T_R \left[c_1 \ln \left(\frac{T_R}{T_0} \right) + R \ln \left(\frac{V_{1,f}}{v_0} \right) + c_2 \ln \left(\frac{T_R}{T_0} \right) + R \ln \left(\frac{V_{2,f}}{v_0} \right) \right].$$

Podemos, então, determinar a variação da energia livre de Helmholtz:

$$\Delta F = F_f - F_i = -RT_R \ln \left(\frac{V_{1,f}V_{2,f}}{V_{1,i}V_{2,i}} \right).$$

Substituindo os valores numéricos obtemos:

$$W_T = 8,315 \times 300 \times \ln \left(\frac{4 \times 6}{9 \times 1} \right) \approx 2446 \text{ J}.$$